

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Многомерные пространства рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 01.03.01_2025_635.plx
01.03.01 Математика
Прикладная математика и программирование

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **2 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	72	Виды контроля в семестрах: зачеты 7
в том числе:		
аудиторные занятия	36	
самостоятельная работа	26,1	
часов на контроль	8,85	

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	7 (4.1)		Итого	
	Неделя		15 4/6	
Вид занятий	уп	рп	уп	рп
Лекции	18	18	18	18
Практические	18	18	18	18
Консультации (для студента)	0,9	0,9	0,9	0,9
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,15	0,15
Итого ауд.	36	36	36	36
Контактная работа	37,05	37,05	37,05	37,05
Сам. работа	26,1	26,1	26,1	26,1
Часы на контроль	8,85	8,85	8,85	8,85
Итого	72	72	72	72

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Деев Михаил Ефимович

Рабочая программа дисциплины

Многомерные пространства

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 8)

составлена на основании учебного плана:

01.03.01 Математика

утвержденного учёным советом вуза от 30.01.2025 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

кафедра математики, физики и информатики

Протокол от 10.04.2025 протокол № 10

Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2026 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2027 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2028 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2029-2030 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2029 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	<i>Цели:</i> - научное обоснование понятий, ранее изученных в вузовском курсе геометрии; изучение и научное обоснование новых понятий и применение их в процессе решения различных задач.
1.2	<i>Задачи:</i> - развитие общей математической культуры; - создание математической базы для дальнейшего обучения математике; - совершенствование навыков математического и логического мышления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.В.ДВ.05
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Аналитическая геометрия
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Основания геометрии
2.2.2	Геометрия многообразий

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ПК-1: Способен организовать учебную деятельность в конкретной предметной области (математика, информатика)	
ИД-1.ПК-1: Знает основы математической теории, перспективных направлений развития современной математики и информатики	
- знает основы математической теории, перспективных направлений развития современной математики и информатики	
ПК-3: Способен математически корректно ставить научные задачи, знает постановки классических исследовательских задач математики	
ИД-1.ПК-3: Владеет способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	
владеет способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	
ИД-2.ПК-3: Умеет строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	
умеет строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	
ИД-3.ПК-3: Умеет публично представлять собственные и известные научные результаты	
- умеет публично представлять собственные и известные научные результаты	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
Раздел 1. Лекции							
1.1	n-мерное векторное пространство. /Лек/	7	2	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
1.2	Аксиоматика Вейля. /Лек/	7	2	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
1.3	Прямые и гиперплоскости. /Лек/	7	2	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
1.4	K-плоскости и их взаимное расположение. /Лек/	7	6	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
1.5	Квадрики в евклидовом n-пространстве. /Лек/	7	2	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
1.6	Классификация квадрик. Изучение уравнений квадрик по инвариантам. /Лек/	7	4	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
Раздел 2. Практические							

2.1	n-мерное векторное пространство. /Пр/	7	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.2	Аксиоматика Вейля. /Пр/	7	2	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.3	Прямые и гиперплоскости. /Пр/	7	6	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.4	K-плоскости и их взаимное расположение. /Пр/	7	2	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.5	Квадрики в евклидовом n-пространстве. /Пр/	7	2	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.6	Классификация квадрик. Изучение уравнений квадрик по инвариантам. /Пр/	7	4	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
Раздел 3. Самостоятельная работа							
3.1	n-мерное векторное пространство. /Ср/	7	4	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.2	Аксиоматика Вейля. /Ср/	7	4	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.3	Прямые и гиперплоскости. /Ср/	7	2	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.4	K-плоскости и их взаимное расположение. /Ср/	7	6,3	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.5	Квадрики в евклидовом n-пространстве. /Ср/	7	7,8	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.6	Классификация квадрик. Изучение уравнений квадрик по инвариантам. /Ср/	7	2	ИД-2.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
Раздел 4. Консультации							
4.1	Консультация по дисциплине /Конс/	7	0,9	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3 ИД-1.ПК-1		0	
Раздел 5. Промежуточная аттестация (зачёт)							
5.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	7	8,85	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3 ИД-1.ПК-1		0	
5.2	Контактная работа /КСРАтт/	7	0,15	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3 ИД-1.ПК-1		0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Пояснительная записка

1. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины.
2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме практических заданий, а также для промежуточной аттестации в форме вопросов для подготовки к зачету.

5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Вопросы к зачету.

1. Положительно определенные билинейные формы.
2. Косое и векторное произведения векторов.
3. Аксиоматика Вейля аффинного пространства
4. Аксиоматика Вейля евклидова пространства
5. Уравнение гиперплоскости. Взаимное расположение двух гиперплоскостей
6. Расстояние от точки до гиперплоскости
7. Уравнения прямой в евклидовом n –пространстве.
8. Взаимное расположение прямой и гиперплоскости. Угол между прямой и гиперплоскостью.
9. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
10. k–мерная плоскость в E_n. Общие уравнения k–мерной плоскости.
11. Переход от параметрических уравнений к общим. Ортогональная проекция точки на k–плоскость.
12. Взаимное расположение многомерных плоскостей, заданных параметрическими уравнениями
13. Взаимное расположение многомерных плоскостей, заданных общими уравнениями.
14. Гиперсферы.

15. Общее уравнение квадрики в E_p .
 16. Классификация квадрик. Изучение уравнений квадрик по инвариантам.

Темы рефератов.

1. Косое и векторное произведения.
2. Аксиоматика Вейля аффинного пространства
3. Евклидово векторное пространство
4. Геометрия гиперплоскостей в p -мерном пространстве.
5. Прямые в p -мерном евклидовом пространстве.
6. Инварианты уравнения второго порядка.
7. Движения в p -мерном евклидовом пространстве.
8. Метрические задачи в p -мерном евклидовом пространстве
9. Гиперсферы и t -сферы в p -мерном евклидовом пространстве
10. Классификация квадрик в p -мерном пространстве
11. Изучение уравнений квадрик по инвариантам

5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Темы письменных работ по дисциплине не предусмотрены.

5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Контрольные тесты и задания

Название вопроса: 1 (ПК-1)

Формулировка вопроса: Верно ли, что индикатриса Дюпена однополостного гиперboloида является гиперболой?

Ключ: верно

Название вопроса: 2 (ПК-1)

Формулировка вопроса: Поверхность, средняя кривизна которой равна нулю, называется минимальной?

Ключ: да

Название вопроса: 3 (ПК-1)

Формулировка вопроса: Если в каждой точке кривой $\gamma = \gamma(t)$ кручение равно нулю, она является:

Варианты ответов: а) винтовой; б) прямой; в) плоской; г) геодезической.

Ключ: в) плоской

Название вопроса: 4 (ПК-1)

Формулировка вопроса: Установите соответствие между прямыми и перпендикулярными им плоскостями, сопровождающего трёхгранника кривой:

1. Нормальная плоскость кривой;
2. Соприкасающаяся плоскость кривой;
3. Спрямяющая плоскость кривой;

А. Бинормаль

Б. Касательная

В. Главная нормаль

Ключ: 1 – Б; 2 – А; 3 – В

Название вопроса: 5 (ПК-3)

Формулировка вопроса: Верно ли, что производная от единичной вектор-функции перпендикулярна самой этой вектор-функции?

Ключ: верно

Название вопроса: 6 (ПК-3)

Формулировка вопроса: Частные производные по x , y и z от неявной функции $F(x,y,z)$, задающей поверхность $F(x,y,z) = 0$ являются координатами нормального вектора этой поверхности?

Ключ: да

Название вопроса: 7 (ПК-3)

Формулировка вопроса: Все точки двуполостного гиперboloида:

Варианты ответов: а) омбилические; б) гиперболические; в) эллиптические; г) параболические.

Ключ: в) эллиптические

Название вопроса: 8 (ПК-3)

Критерии оценки

Оценка выставляется в 3-х балльной шкале:

- «зачтено» (повышенный уровень), выставляется в случае, если студент выполнил 80- 100% заданий;
- «зачтено» (пороговый уровень) – если студент выполнил 60-80% заданий;
- «не зачтено» – если студент выполнил менее 60% заданий.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Атанасян Л.С., Базылев В.Т.	Геометрия: учебное пособие: в 2-х частях	Москва: Кнорус, 2011	
6.1.2. Дополнительная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Деев М.Е., Пахаева Н.А., Темербекова [и др.] А.А.	Геометрия: учебное пособие для вузов	Горно-Алтайск: ГАГУ, 2003	

6.3.1 Перечень программного обеспечения	
6.3.1.1	MS Office
6.3.1.2	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.3	MS WINDOWS
6.3.1.4	NVDA
6.3.1.5	Яндекс.Браузер
6.3.1.6	РЕД ОС
6.3.1.7	LibreOffice
6.3.2 Перечень информационных справочных систем	
6.3.2.1	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.3	Межвузовская электронная библиотека

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	
	проблемная лекция
	дискуссия
	конференция

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)		
Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
206 Б1	Кабинет методики преподавания математики. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, интерактивная доска, экран, проектор, компьютер, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Методические указания по освоению дисциплин (модулей)
Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет

собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы. Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Лабораторные работы являются основными видами учебных занятий, направленными на экспериментальное (практическое) подтверждение теоретических положений и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

В процессе лабораторной работы как вида учебного занятия студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

При выполнении обучающимися лабораторных работ значимым компонентом становятся практические задания с использованием компьютерной техники, лабораторно - приборного оборудования и др. Выполнение студентами лабораторных работ проводится с целью: формирования умений, практического опыта (в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, и на основании перечня формируемых компетенций, установленными рабочей программой дисциплины), обобщения, систематизации, углубления, закрепления полученных теоретических знаний, совершенствования умений применять полученные знания на практике.

Состав заданий для лабораторной работы должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.

При планировании лабораторных работ следует учитывать, что в ходе выполнения заданий у студентов формируются умения и практический опыт работы с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, программами и др., которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).

Выполнению лабораторных работ предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания.

Формы организации студентов при проведении лабораторных работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется группами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с

системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.

Объем времени, отводимый на выполнение лабораторных работ, планируется в соответствии с учебным планом ОПОП.

Перечень лабораторных работ в РПД, а также количество часов на их проведение должны обеспечивать реализацию требований к знаниям, умениям и практическому опыту студента по дисциплине (модулю) соответствующей ОПОП.

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

Курсовая работа является самостоятельным творческим письменным научным видом деятельности студента по разработке конкретной темы. Она отражает приобретенные студентом теоретические знания и практические навыки. Курсовая работа выполняется студентом самостоятельно под руководством преподавателя.

Курсовая работа, наряду с экзаменами и зачетами, является одной из форм контроля (аттестации), позволяющей определить степень подготовленности будущего специалиста. Курсовые работы защищаются студентами по окончании изучения указанных дисциплин, определенных учебным планом.

Оформление работы должно соответствовать требованиям. Объем курсовой работы: 25–30 страниц. Список литературы и Приложения в объем работы не входят. Курсовая работа должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список литературы, приложение (при необходимости). Курсовая работа подлежит рецензированию руководителем курсовой работы. Рецензия является официальным документом и прикладывается к курсовой работе.

Тематика курсовых работ разрабатывается в соответствии с учебным планом. Руководитель курсовой работы лишь помогает студенту определить основные направления работы, очертить её контуры, указывает те источники, на которые следует обратить главное внимание, разъясняет, где отыскать необходимые книги.

Составленный список источников научной информации, подлежащий изучению, следует показать руководителю курсовой работы.

Курсовая работа состоит из глав и параграфов. Вне зависимости от решаемых задач и выбранных подходов структура работы должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть; заключение; список литературы; приложение(я).

Во введении необходимо отразить: актуальность; объект; предмет; цель; задачи; методы исследования; структура работы.

Основную часть работы рекомендуется разделить на 2 главы, каждая из которых должна включать от двух до четырех параграфов.

Содержание глав и их структура зависит от темы и анализируемого материала.

Первая глава должна иметь обзорно-аналитический характер и, как правило, является теоретической.

Вторая глава по большей части раскрывает насколько это возможно предмет исследования. В ней приводятся практические данные по проблематике темы исследования.

Выводы оформляются в виде некоторого количества пронумерованных абзацев, что придает необходимую стройность изложению изученного материала. В них подводятся итог проведённой работы, непосредственно выводы, вытекающие из

всей работы и соответствующие выявленным проблемам, поставленным во введении задачам работы; указывается, с какими трудностями пришлось столкнуться в ходе исследования.

Правила написания и оформления курсовой работы регламентируются Положением о курсовой работе (проекте), утвержденным решением Ученого совета ФГБОУ ВО ГАГУ от 27 апреля 2017 г.

ВОПРОСЫ КОЛЛОКВИУМА

по учебной дисциплине «Многомерные пространства»
направления подготовки 01.01.00 – Математика
Профиль подготовки Общий
Квалификация (степень выпускника): бакалавр

1. Простейшие задачи в n -мерном пространстве. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении.
2. Уравнение гиперплоскости. Взаимное расположение двух гиперплоскостей. Угол между гиперплоскостями.
3. Формула расстояния от точки до гиперплоскости.
4. Уравнения прямой в евклидовом n -пространстве.
5. Взаимное расположение прямой и гиперплоскости. Угол между прямой и гиперплоскостью.
6. Расстояние от точки до прямой.
7. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
по учебной дисциплине «Многомерные пространства»
направления подготовки 01.01.00 – Математика
Профиль подготовки Общий
Квалификация (степень выпускника): бакалавр

Вариант 1

1. Вычислить координаты ортогональной проекции точки $M(2,-1,3,1)$ на плоскость:

$$P_2 : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 1 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 2 = 0. \end{cases}$$

2. Выяснить взаимное расположение следующих многомерных плоскостей:

а) В E_4 : $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$

б) В E_5 , заданных точками: $M_1(1,-2,2,-5,0)$; $M_2(3,1,4,-2,3)$; $M_3(-2,1,0,-4,0)$; $M_4(0,0,1,-1,2)$ и $N_1(2,1,-3,4,2)$; $N_2(7,1,1,6,5)$.

3. Привести к каноническому виду и определить вид квадрики

$$x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 3x_4^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3 + 2x_1 - 4x_4 = 0$$

Вариант 2

1. Вычислить расстояние от точки $A(2,3,-1,1)$ до плоскости

$$P_2 : \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - 1 = 0 \end{cases}$$

2. Выяснить взаимное расположение следующих многомерных плоскостей:

а) В E_4 : $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_4 = 2 \\ 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 4 \end{cases}$

б) В E_5 , заданных точками: $M_1(1,-2,3,-2,0)$; $M_2(0,1,4,-2,3)$; $M_3(-2,1,0,-4,1)$; $M_4(2,-4,2,-4,2)$ и $N_1(1,-1,7,-4,3)$; $N_2(5,-6,9,-4,4)$; $N_3(0,3,1,-1,2)$.

3. Привести к каноническому виду и определить вид квадрики

$$x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 4x_2x_3 + 2x_2 + 1 = 0$$

Вариант 3

1. Найти расстояние от точки $A(1,1,-2,1)$ до прямой

$$l: x_1 = \lambda, \quad x_2 = -\lambda + 1, \quad x_3 = \lambda + 2, \quad x_4 = 2\lambda - 1$$

2. Выяснить взаимное расположение следующих многомерных плоскостей:

а) В E_4 :

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_3 + x_4 = 3 \end{cases} \quad \text{и} \quad 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

б) В E_5 , заданных точками:

$M_1(0,0,0,-1,2)$; $M_2(6,3,7,-4,-5)$; $M_3(-2,1,0,-4,0)$; $M_4(5,2,2,0,0)$
и $N_1(2,-1,-3,4,2)$; $N_2(3,0,2,0,-3)$; $N_3(1,2,3,-4,-3)$.

3. Привести к каноническому виду и определить вид квадрики

$$2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_4^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2x_2x_3 + 3 = 0$$

Вариант 4

1. Найти площадь треугольника ABC по координатам вершин:

$A(0,0,1,2), B(1,-1,2,-2), C(1,1,-3,0)$.

2. Выяснить взаимное расположение следующих многомерных плоскостей:

а) В E_4 :

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_4 = 5 \\ x_1 - 3x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

б) В E_5 , заданных точками:

$M_1(1,1,1,-1,2); M_2(0,1,2,-2,6); M_3(-2,1,0,-4,0); M_4(1,-2,3,4,1)$

и $N_1(2,1,-3,0,2); N_2(0,7,-5,-12,12); N_3(-1,4,-6,-8,1)$

3. Привести к каноническому виду и определить вид квадрики

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + x_4^2 - 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3 + 6x_3 + 8x_4 = 0$$

Вариант 5

1. Найти расстояние от точки $A(2,0,-2,1)$ до прямой

$$l: x_1 = 2\lambda, \quad x_2 = -\lambda + 1, \quad x_3 = \lambda + 2, \quad x_4 = \lambda - 1$$

2. Выяснить взаимное расположение следующих многомерных плоскостей:

а) В E_4 :

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 6x_2 - 3x_4 = 2 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 5x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

б) В E_5 , заданных точками:

$M_1(1,-2,2,-5,0); M_2(3,1,4,-2,3); M_3(-2,1,0,-4,0); M_4(0,4,2,-1,3)$

и

$N_1(1,1,-3,4,2); N_2(4,1,1,6,5)$.

3. Привести к каноническому виду и определить вид квадрики

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + x_4^2 - 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3 - 4x_1 + 8x_2 - 12x_3 = 0$$

Вариант 6

1. Найти точку, симметричную точке $M(2,-1,3,1)$ относительно гиперплоскости:

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

2. Выяснить взаимное расположение следующих многомерных плоскостей:

а) В E_4 :

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 0 \\ 4x_1 - 3x_3 + x_4 = 3 \end{cases} \quad \text{и} \quad x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

б) В E_5 , заданных точками:

$M_1(1,-2,2,-5,0); M_2(3,1,4,-2,3); M_3(-2,1,0,-4,0); M_4(0,0,1,-1,2)$

и $N_1(2,1,-3,4,2); N_2(7,1,1,6,5)$.

3. Привести к каноническому виду и определить вид квадрики

$$x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 3x_4^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3 + 2x_1 - 4x_4 = 0$$