

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Геометрия многообразий рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 01.03.01_2025_635.plx
01.03.01 Математика
Прикладная математика и программирование

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **2 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	72	Виды контроля в семестрах: зачеты 8
в том числе:		
аудиторные занятия	32	
самостоятельная работа	30,3	
часов на контроль	8,85	

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	8 (4.2)		Итого	
Неделя	8 3/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	14	14	14	14
Практические	18	18	18	18
Консультации (для студента)	0,7	0,7	0,7	0,7
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,15	0,15
Итого ауд.	32	32	32	32
Контактная работа	32,85	32,85	32,85	32,85
Сам. работа	30,3	30,3	30,3	30,3
Часы на контроль	8,85	8,85	8,85	8,85
Итого	72	72	72	72

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Деев Михаил Ефимович

Рабочая программа дисциплины

Геометрия многообразий

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки
01.03.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 8)

составлена на основании учебного плана:

01.03.01 Математика

утвержденного учёным советом вуза от 30.01.2025 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

кафедра математики, физики и информатики

Протокол от 10.04.2025 протокол № 10

Зав. кафедрой И. о. зав. кафедрой: Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от _____ 2026 г. № ____
Зав. кафедрой И. о. зав. кафедрой: Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от _____ 2027 г. № ____
Зав. кафедрой И. о. зав. кафедрой: Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от _____ 2028 г. № ____
Зав. кафедрой И. о. зав. кафедрой: Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2029-2030 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от _____ 2029 г. № ____
Зав. кафедрой И. о. зав. кафедрой: Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	<i>Цели:</i> - научное обоснование понятий, ранее изученных в вузовском курсе геометрии; изучение и научное обоснование новых понятий и применение их в процессе решения различных задач.
1.2	<i>Задачи:</i> - развитие общей математической культуры; - создание математической базы для дальнейшего обучения математике; - совершенствование навыков математического и логического мышления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:		Б1.В.ДВ.08
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
2.1.1	Аналитическая геометрия	
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
2.2.1	Исследовательские задачи в школьной математике	
2.2.2	Методика решения задач повышенной сложности по математике в школе	

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ПК-3: Способен математически корректно ставить научные задачи, знает постановки классических исследовательских задач математики

ИД-1.ПК-3: Владеет способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области

Знать теоретико-методологическую основу способствующую правильному определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.

Уметь применять на практике способность определять общие формы и закономерности отдельных предметных областей.

Владеть способностью к эффективному определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.

ИД-2.ПК-3: Умеет строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

Знать теоретико-методологическую основу для осуществления строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, предвидения следствия полученного результата.

Уметь строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.

Владеть навыками эффективного применения умения строго доказать утверждение, формулировать результат, видеть следствия полученного результата.

ИД-3.ПК-3: Умеет публично представлять собственные и известные научные результаты

Знать основные способы публичного представления собственных и известных научных результатов.

Уметь публично представлять собственные и известные научные результаты.

Владеть навыками эффективного публичного представления собственных и известных научных результатов.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Практические						
1.1	Проективная прямая и проективная плоскость. /Пр/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
1.2	Принцип двойственности на плоскости и в пространстве. /Пр/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
1.3	Теорема Дезарга. /Пр/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	

1.4	Двойное отношение четверки точек. /Пр/	8	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
1.5	Квадрики и их классификация. /Пр/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
1.6	Теоремы Паскаля и Брианшона. /Пр/	8	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
Раздел 2. Самостоятельная работа							
2.1	Проективная прямая и проективная плоскость. /Ср/	8	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.2	Принцип двойственности на плоскости и в пространстве. /Ср/	8	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.3	Теорема Дезарга. /Ср/	8	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.4	Двойное отношение четверки точек. /Ср/	8	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.5	Квадрики и их классификация. /Ср/	8	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
2.6	Теоремы Паскаля и Брианшона. /Ср/	8	2,3	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
Раздел 3. Лекции							
3.1	Проективная прямая и проективная плоскость. /Лек/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.2	Принцип двойственности на плоскости и в пространстве. /Лек/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.3	Теорема Дезарга. /Лек/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.4	Двойное отношение четверки точек. /Лек/	8	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.5	Квадрики и их классификация. /Лек/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
3.6	Теоремы Паскаля и Брианшона. /Лек/	8	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3	Л1.1Л2.1	0	
Раздел 4. Консультации							
4.1	Консультация по дисциплине /Конс/	8	0,7	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3		0	
Раздел 5. Промежуточная аттестация (зачёт)							
5.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	8	8,85	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3		0	
5.2	Контактная работа /КСРАТт/	8	0,15	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3 ИД-3.ПК-3		0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для кон-троля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Геометрия многообразий».
2. Фонд оценочных средств включает: перечень вопросов для текущего контроля успеваемости; контрольные работы по дисциплине; вопросы к зачету.

5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Комплект заданий для контрольной работы

Вариант I

1. Найти точку пересечения прямой $x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0$ с полярной точки $M(2, 1, -3)$ относительно квадрики $x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 = 0$
2. Овальная кривая задана пятью точками. Построить еще одну точку кривой.
3. Овальная кривая задана тремя касательными и двумя точками касания на них. Построить еще одну касательную.

Вариант 2

1. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(1, -2, 3)$ и полюс прямой $2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0$ относительно квадрики $x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 = 0$
2. Овальная кривая задана четырьмя точками и касательной в одной из них. Построить еще одну точку кривой.
3. Овальная кривая задана четырьмя касательными и точкой касания одной из них. Построить еще одну касательную.

Вариант 3

1. Найти точку пересечения поляр точек $A(-2, 4, 1)$ и $B(1, 2, 2)$ относительно квадрики $x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + 6x_1x_3 = 0$
2. Овальная кривая задана тремя точками и касательными в двух из них. Построить еще одну точку кривой.
3. Овальная кривая дана четырьмя касательными и точкой касания одной из них. Построить еще одну точку касания.

Вариант 4

1. Найти уравнение прямой, проходящей через полюсы прямых $2x_1 - 4x_2 - x_3 = 0$ и $x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$ относительно квадрики $x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + 6x_1x_3 = 0$
2. Овальная кривая задана пятью точками. Построить касательную в одной из них.
3. Овальная кривая задана пятью касательными. Построить точку касания одной из них.

Вариант 5

1. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(1, -2, 3)$ и полюс прямой $2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0$ относительно квадрики $x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 = 0$
2. Овальная кривая задана четырьмя точками и касательной в одной из них. Построить еще одну точку кривой.
3. Овальная кривая задана четырьмя касательными и точкой касания одной из них. Построить еще одну касательную.

Критерии оценки контрольной работы

Критерии Оценка (баллы по МРС), уровень

Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. «отлично», 84-100%, повышенный уровень

Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. «хорошо», 66-83%,

пороговый уровень

Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. «удовлетворительно»,

50-65%, пороговый уровень

Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

«неудовлетворительно»,

менее 50%,

уровень не сформирован

5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Темы письменных работ не предусмотрены.

5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к зачету.

Аксиомы n -мерного проективного пространства. Проективная прямая. Построение точки по координатам на прямой.

Проективные координаты на плоскости. Построение точки по координатам на плоскости

Уравнение прямой на проективной плоскости

Принцип двойственности на плоскости и трехмерном пространстве

Теорема Дезарга и ее применение в построениях с недоступными точками

Перспективные отображения

Разложение проективного отображения в произведение перспективных

Проективное отображение прямой на прямую. Построение образов точек.

Проективное отображение пучка на пучок. Построение образов прямых

Проективные преобразования.

Двойное отношение четверки точек на прямой.

Гармонические четверки точек и прямых

Полный четырехвершинник. Построение четвертой гармонической точки

Гомология и родство.

Квадрики и их классификация

Теорема Штейнера

Теорема Паскаля.

Теорема Бриансона

Критерии оценки зачета

Оценка Зачтено выставляется студенту, если он:

1. Раскрыл содержание материала в объеме программы.
2. Чётко и правильно дал определения и раскрыл их содержание.
3. Провёл доказательство на основе математических выкладок или при ответе допустил неточности, нарушил последовательность изложения. Допустил небольшие неточности при выводах и использовании терминов.
4. Дал ответ самостоятельно или с помощью наводящих вопросов, при ответе использовал знания, приобретённые ранее.
5. Имеет практические навыки решения задач.

Оценка Не зачтено выставляется студенту, если он:

1. Не раскрыл основное содержание учебного материала.
2. Не дал ответы на дополнительные вопросы преподавателя.
3. Допускает грубые ошибки в определениях, не может провести доказательство теорем и утверждений. Не имеет практических навыков в использовании материала

Тест

по дисциплине «Геометрия многообразий»

направление подготовки 01.03.01 Математика, профиль математика

Вид теста «Множественный выбор»

Формулировка вопроса

01. Какой аксиомы нет на проективной плоскости? (ПК-3)

Варианты ответа:

1. Через две различные точки проходит единственная прямая;
2. На каждой прямой лежит не менее трех точек;
3. Если точка С лежит между А и В, то она лежит и между В и А.
4. Любые две прямые пересекаются в одной точке.

Ключ: 3. Если точка С лежит между А и В, то она лежит и между В и А.

Формулировка вопроса

02. Какой аксиомы нет в проективном пространстве?(ПК-3)

Варианты ответа:

1. Две плоскости в пространстве пересекаются по прямой.
2. Если прямая не лежит в плоскости, то она либо пересекает ее в точке, либо не пересекает эту плоскость.
3. Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость.
4. Существуют четыре точки, не лежащие в одной плоскости.

Ключ: 2. Если прямая не лежит в плоскости, то она либо пересекает ее в точке, либо не пересекает эту плоскость.

Формулировка вопроса

03. Проективное отображение прямой на прямую будет перспективным, если:(ПК-3)

Варианты ответа:

1. Оно преобразует точку пересечения прямых в себя.
2. Оно преобразует прямую в параллельную ей прямую.
3. Оно преобразует прямую в перпендикулярную ей прямую.
4. Оно оставляет прямую неподвижной.

Ключ: 1. Оно преобразует точку пересечения прямых в себя.

Формулировка вопроса

04. Проективное отображение пучка на пучок будет перспективным, если: (ПК-3)

Варианты ответа:

1. Точки пересечения образов и прообразов лежат на овальной кривой.
2. Общая прямая пучков переходит в себя.
3. Образы прямых не пересекаются с их прообразами.
4. Общая прямая пучков переходит в перпендикулярную ей прямую.

Ключ: 2. Общая прямая пучков переходит в себя

Формулировка вопроса

05. Уравнение прямой на проективной плоскости имеет вид:

Варианты ответа:

1. $ax^2 + bx^2 + cx^2 = 0$
2. $ax + by + c = 0$
3. $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 0$
4. $ax^2 + bx^2 + cx^2 = 0$

Ключ: 4. $ax^2 + bx^2 + cx^2 = 0$

Формулировка вопроса

06. Четверка точек A, B, C, D на прямой будет гармонической, если: (ПК-3)

Варианты ответа:

1. сложное отношение $(AB, CD) = -1$
2. сложное отношение $(AB, CD) = 1$
3. сложное отношение $(AB, CD) = 0$
4. сложное отношение $(AB, CD) = 2$

Ключ: 1. сложное отношение $(AB, CD) = -1$

Формулировка вопроса

07. На проективной плоскости даны точки A(1: -2: 1), B(0: -1: 1), C(1: 0: -1), D(1: -1: 0), лежащие на одной прямой.

Тогда их сложное отношение (AB, CD) равно:

Варианты ответа:

1. $(AB, CD) = -1$
2. $(AB, CD) = 1$
3. $(AB, CD) = 2$
4. $(AB, CD) = 3$

Ключ: 3. $(AB, CD) = 2$

Формулировка вопроса

08. На проективной плоскости даны четыре прямые, принадлежащие одному пучку: (ПК-3)

a: $2x_1 - x_2 - x_3 = 0$; b: $x_1 + 3x_2 + x_3 = 0$; c: $5x_1 + x_2 - x_3 = 0$; d: $13x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0$. Найти сложное отношение этой четверки прямых.

Варианты ответа:

1. $(ab, cd) = -2$
2. $(ab, cd) = -1$
3. $(ab, cd) = 2$
4. $(ab, cd) = 3$

Ключ: 4. $(ab, cd) = 3$

Формулировка вопроса

09. На проективной плоскости даны три точки A(-1: 2: 1), B(3: 0: 1), C(5: -1: 1), лежащие на одной прямой. Найти на этой прямой точку D, такую, что $(AD, CB) = -5$.

Варианты ответа:

1. D(5: -12: 3)
2. D(9: -10: 23)
3. D(59: -10: 13)
4. D(47: -15: 13)

Ключ: 3. D(59: -10: 13)

Формулировка вопроса

10. На проективной плоскости даны три прямые, принадлежащие одному пучку: (ПК-3)

a: $2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 0$; b: $x_1 + 3x_2 + x_3 = 0$; c: $5x_1 + x_2 - x_3 = 0$. Найти уравнение четвертой гармонической прямой d в этом пучке, такой, что $(ab, cd) = -1$.

Варианты ответа:

1. d: $3x_1 - x_2 - x_3 = 0$
2. d: $x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 0$

3. $d: 3x_1 - 2x_2 - 7x_3 = 0$
 4. $d: 7x_1 - 4x_2 - 6x_3 = 0$
 Ключ: 1. $d: 3x_1 - x_2 - x_3 = 0$

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Абросимов Н.В., Бйгонакова Г.А., Медных А.Д.	Геометрия многообразий: учебное пособие для студентов высших учебных заведений	Горно-Алтайск: БИЦ ГАГУ, 2017	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=2145:geometriya-mnogoobrazij&catid=5:mathematics&Itemid=163

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Деев М.Е.	Многомерные пространства: учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по направлению 010100.62 Математика	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2013	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=661:mnogomer2013&catid=5:mathematics&Itemid=163

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	MS Office
6.3.1.2	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.3	NVDA
6.3.1.4	Яндекс.Браузер
6.3.1.5	LibreOffice
6.3.1.6	MS Windows
6.3.1.7	РЕД ОС

6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	Межвузовская электронная библиотека
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.3	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	проблемная лекция
--	-------------------

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя

211 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), компьютеры с доступом к Интернет
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по освоению дисциплин (модулей)

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают выделения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы. Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются

теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным. Лабораторные работы являются основными видами учебных занятий, направленными на экспериментальное (практическое) подтверждение теоретических положений и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

В процессе лабораторной работы как вида учебного занятия студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

При выполнении обучающимися лабораторных работ значимым компонентом становятся практические задания с использованием компьютерной техники, лабораторно - приборного оборудования и др. Выполнение студентами лабораторных работ проводится с целью: формирования умений, практического опыта (в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, и на основании перечня формируемых компетенций, установленными рабочей программой дисциплины), обобщения, систематизации, углубления, закрепления полученных теоретических знаний, совершенствования умений применять полученные знания на практике.

Состав заданий для лабораторной работы должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.

При планировании лабораторных работ следует учитывать, что в ходе выполнения заданий у студентов формируются умения и практический опыт работы с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, программами и др., которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).

Выполнению лабораторных работ предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания.

Формы организации студентов при проведении лабораторных работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется группами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.

Объем времени, отводимый на выполнение лабораторных работ, планируется в соответствии с учебным планом ОПОП.

Перечень лабораторных работ в РПД, а также количество часов на их проведение должны обеспечивать реализацию требований к знаниям, умениям и практическому опыту студента по дисциплине (модулю) соответствующей ОПОП.

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

Курсовая работа является самостоятельным творческим письменным научным видом деятельности студента по разработке конкретной темы. Она отражает приобретенные студентом теоретические знания и практические навыки. Курсовая работа

выполняется студентом самостоятельно под руководством преподавателя.

Курсовая работа, наряду с экзаменами и зачетами, является одной из форм контроля (аттестации), позволяющей определить степень подготовленности будущего специалиста. Курсовые работы защищаются студентами по окончании изучения указанных дисциплин, определенных учебным планом.

Оформление работы должно соответствовать требованиям. Объем курсовой работы: 25–30 страниц. Список литературы и Приложения в объем работы не входят. Курсовая работа должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список литературы, приложение (при необходимости). Курсовая работа подлежит рецензированию руководителем курсовой работы. Рецензия является официальным документом и прикладывается к курсовой работе.

Тематика курсовых работ разрабатывается в соответствии с учебным планом. Руководитель курсовой работы лишь помогает студенту определить основные направления работы, очертить её контуры, указывает те источники, на которые следует обратить главное внимание, разъясняет, где отыскать необходимые книги.

Составленный список источников научной информации, подлежащий изучению, следует показать руководителю курсовой работы.

Курсовая работа состоит из глав и параграфов. Вне зависимости от решаемых задач и выбранных подходов структура работы должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть; заключение; список литературы; приложение(я).

Во введении необходимо отразить: актуальность; объект; предмет; цель; задачи; методы исследования; структура работы.

Основную часть работы рекомендуется разделить на 2 главы, каждая из которых должна включать от двух до четырех параграфов.

Содержание глав и их структура зависит от темы и анализируемого материала.

Первая глава должна иметь обзорно–аналитический характер и, как правило, является теоретической.

Вторая глава по большей части раскрывает насколько это возможно предмет исследования. В ней приводятся практические данные по проблематике темы исследования.

Выводы оформляются в виде некоторого количества пронумерованных абзацев, что придает необходимую стройность изложению изученного материала. В них подводятся итог проведённой работы, непосредственно выводы, вытекающие из всей работы и соответствующие выявленным проблемам, поставленным во введении задачам работы; указывается, с какими трудностями пришлось столкнуться в ходе исследования.

Правила написания и оформления курсовой работы регламентируются Положением о курсовой работе (проекте), утвержденным решением Ученого совета ФГБОУ ВО ГАГУ от 27 апреля 2017 г.

Вопросы к коллоквиуму

1. Определение проективного пространства. Модели проективной прямой.
2. Проективный репер на прямой. Координаты точки на прямой. Построение точки по координатам на прямой.
3. Проективный репер на плоскости. Построение точки по координатам на плоскости.
4. Уравнение и координаты прямой на плоскости.
5. Принцип двойственности на плоскости и в трехмерном проективном пространстве.
5. Теорема Дезарга.
6. Двойное отношение точек на прямой. Свойства. Вычисление двойного отношения.
7. Двойное отношение прямых пучка.
8. Гармонические четверки точек и прямых. Полный четырехвершинник и его свойства.
9. Перспективное отображение прямой на прямую и пучка на пучок. Признаки.
10. Проективные преобразования прямой. Инволюции.
11. Линии второго порядка на проективной плоскости. Классификация квадрик.
12. Пересечение линии второго порядка с прямой.
13. Касательная к линии второго порядка.
14. Полус и полеры. Уравнение полеры. Свойство взаимности.
15. Теорема Штейнера.
16. Следствия из теоремы Штейнера.
17. Теорема Паскаля.
18. Теорема Бриансона.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
по учебной дисциплине «Геометрия многообразий»
направления подготовки 01.01.00 – Математика
Профиль подготовки Общий
Квалификация (степень выпускника): бакалавр

Вариант I

1. Найти точку пересечения прямой $x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0$ с полярной точки $M(2, 1, -3)$ относительно квадрики

$$x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 = 0$$

2. Овальная кривая задана пятью точками. Построить еще одну точку кривой.
3. Овальная кривая задана тремя касательными и двумя точками касания на них. Построить еще одну касательную.

Вариант 2

1. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(1, -2, 3)$ и полюс прямой $2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0$ относительно квадрики $x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 = 0$
2. Овальная кривая задана четырьмя точками и касательной в одной из них. Построить еще одну точку кривой.
3. Овальная кривая задана четырьмя касательными и точкой касания одной из них. Построить еще одну касательную.

Вариант 3

1. Найти точку пересечения поляр точек $A(-2, 4, 1)$ и $B(1, 2, 2)$ относительно квадрики $x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + 6x_1x_3 = 0$
2. Овальная кривая задана тремя точками и касательными в двух из них. Построить еще одну точку кривой.
3. Овальная кривая дана четырьмя касательными и точкой касания одной из них. Построить еще одну точку касания.

Вариант 4

1. Найти уравнение прямой, проходящей через полюсы прямых $2x_1 - 4x_2 - x_3 = 0$ и $x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$ относительно квадрики $x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + 6x_1x_3 = 0$
2. Овальная кривая задана пятью точками. Построить касательную в одной из них.
3. Овальная кривая задана пятью касательными. Построить точку касания одной из них.