

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

## Избранные вопросы вещественного и комплексного анализа

### рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 01.04.01\_2025\_645M.plx  
01.04.01 Математика  
Компьютерное моделирование и анализ в геометрии

Квалификация **магистр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **5 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 180

в том числе:

аудиторные занятия 28

самостоятельная работа 115,5

часов на контроль 34,75

Виды контроля в семестрах:  
экзамены 3

#### Распределение часов дисциплины по семестрам

| Семестр<br>(<Курс>.<Семестр на курсе>)                    | 3 (2.1) |       | Итого |       |
|-----------------------------------------------------------|---------|-------|-------|-------|
| Неделя                                                    | 11      |       |       |       |
| Вид занятий                                               | уп      | рп    | уп    | рп    |
| Лекции                                                    | 10      | 10    | 10    | 10    |
| Практические                                              | 18      | 18    | 18    | 18    |
| Консультации (для студента)                               | 0,5     | 0,5   | 0,5   | 0,5   |
| Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации | 0,25    | 0,25  | 0,25  | 0,25  |
| Консультации перед экзаменом                              | 1       | 1     | 1     | 1     |
| Итого ауд.                                                | 28      | 28    | 28    | 28    |
| Контактная работа                                         | 29,75   | 29,75 | 29,75 | 29,75 |
| Сам. работа                                               | 115,5   | 115,5 | 115,5 | 115,5 |
| Часы на контроль                                          | 34,75   | 34,75 | 34,75 | 34,75 |
| Итого                                                     | 180     | 180   | 180   | 180   |

Программу составил(и):

*к.ф.-м.н., доцент, Тулина Марина Ивановна; к.ф.-м.н., доцент, Туртуева Татьяна Александровна*

Рабочая программа дисциплины

**Избранные вопросы вещественного и комплексного анализа**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - магистратура по направлению подготовки  
01.04.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 12)

составлена на основании учебного плана:

01.04.01 Математика

утвержденного учёным советом вуза от 30.01.2025 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от 10.04.2025 протокол № 10

Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры  
**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2026 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры  
**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2027 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры  
**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2028 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2029-2030 учебном году на заседании кафедры  
**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2029 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

**1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.1 | <b>Цели:</b> целью освоения дисциплины является углубленное изучение теоретического и практического аспектов в области вещественного и комплексного анализа и их приложений                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 1.2 | <b>Задачи:</b> - подготовка студентов для научно-исследовательской и практической деятельности в области вещественного и комплексного анализа и их приложений;<br>- развитие общей математической культуры и формирование у студентов понимания роли вещественного и комплексного анализа в развитии комплексного анализа, в прикладной математике и естественных науках;<br>- формирование навыков работы с научными публикациями;<br>- формирование навыков решения творческих задач. |

**2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП**

|                    |                                                                                                              |      |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Цикл (раздел) ООП: |                                                                                                              | Б1.В |
| <b>2.1</b>         | <b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>                                                 |      |
| 2.1.1              | Геометрическая теория динамических систем                                                                    |      |
| <b>2.2</b>         | <b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b> |      |
| 2.2.1              | Выполнение и защита выпускной квалификационной работы                                                        |      |
| 2.2.2              | Преддипломная практика                                                                                       |      |

**3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**ПК-3: Способен решать общенаучные и прикладные задачи, анализировать и обобщать результаты научно-исследовательских работ, публично представлять собственные новые научные результаты**

**ИД-1.ПК-3: Знает методы математического и алгоритмического моделирования**

Знает основные понятия вещественного и комплексного анализа

Умеет решать задачи вещественного и комплексного анализа

Владеет методами математического и алгоритмического моделирования в области вещественного и комплексного анализа

**4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

| Код занятия | Наименование разделов и тем /вид занятия/                                                       | Семестр / Курс | Часов | Компетенции | Литература            | Инте ракт. | Примечание |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-------|-------------|-----------------------|------------|------------|
|             | <b>Раздел 1. ПРЕДЕЛЫ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ <math>R^n</math> В <math>R^m</math></b>     |                |       |             |                       |            |            |
| 1.1         | ПРЕДЕЛЫ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ $R^n$ В $R^m$ /Лек/                                      | 3              | 4     | ИД-1.ПК-3   | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 | 0          |            |
| 1.2         | ПРЕДЕЛЫ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ $R^n$ В $R^m$ /Пр/                                       | 3              | 6     | ИД-1.ПК-3   | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 | 0          |            |
| 1.3         | ПРЕДЕЛЫ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ $R^n$ В $R^m$ /Ср/                                       | 3              | 30    | ИД-1.ПК-3   | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 | 0          |            |
|             | <b>Раздел 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ <math>R^n</math> В <math>R^m</math></b> |                |       |             |                       |            |            |
| 2.1         | ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ $R^n$ В $R^m$ /Лек/                                  | 3              | 4     | ИД-1.ПК-3   | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 | 0          |            |
| 2.2         | ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ $R^n$ В $R^m$ /Пр/                                   | 3              | 8     | ИД-1.ПК-3   | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 | 0          |            |
| 2.3         | ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ $R^n$ В $R^m$ /Ср/                                   | 3              | 34    | ИД-1.ПК-3   | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 | 0          |            |

|     |                                                                                                                       |   |       |           |                       |   |  |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|-------|-----------|-----------------------|---|--|
|     | <b>Раздел 3. НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ <math>R^n</math> В <math>R^m</math></b> |   |       |           |                       |   |  |
| 3.1 | НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ $R^n$ В $R^m$ /Лек/                                  | 3 | 2     | ИД-1.ПК-3 | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 | 0 |  |
| 3.2 | НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ $R^n$ В $R^m$ /Пр/                                   | 3 | 4     | ИД-1.ПК-3 | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 | 0 |  |
| 3.3 | НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ОТОБРАЖЕНИЙ ИЗ $R^n$ В $R^m$ /Ср/                                   | 3 | 51,5  | ИД-1.ПК-3 | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 | 0 |  |
|     | <b>Раздел 4. Консультации</b>                                                                                         |   |       |           |                       |   |  |
| 4.1 | Консультация по дисциплине /Конс/                                                                                     | 3 | 0,5   | ИД-1.ПК-3 |                       | 0 |  |
|     | <b>Раздел 5. Промежуточная аттестация (экзамен)</b>                                                                   |   |       |           |                       |   |  |
| 5.1 | Подготовка к экзамену /Экзамен/                                                                                       | 3 | 34,75 | ИД-1.ПК-3 |                       | 0 |  |
| 5.2 | Контроль СР /КСРАТТ/                                                                                                  | 3 | 0,25  | ИД-1.ПК-3 |                       | 0 |  |
| 5.3 | Контактная работа /КонсЭк/                                                                                            | 3 | 1     | ИД-1.ПК-3 |                       | 0 |  |

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины.

2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения входного контроля, текущего контроля 1 и 2 в форме вопросов, заданий, а также примерный перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена.

### 5.2. Оценочные средства для текущего контроля

В приложении приведены контрольные материалы для проведения входного контроля, текущего контроля 1 и 2, а также примерный перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена.

Тесты входного контроля, текущего контроля 1 и 2 оцениваются по 100-бальной системе. Успешным прохождением контроля считать результат 60 и более баллов.

### 5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Письменные работы не предусмотрены.

### 5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену.

1. Некоторые свойства евклидовых пространств  $R^n$  и их подмножеств.
2. Отображения из  $R^n$  в  $R^m$  и их пределы.
3. Непрерывность отображений из  $R^n$  в  $R^m$ .
4. Дифференцируемые отображения и их основные свойства.
5. Частные производные и матрица Якоби.
6. Теоремы о «конечных приращениях», дифференциалы высших порядков и формула Тейлора для отображений из  $R^n$  в  $R^m$ .
7. Локальные экстремумы функций векторного аргумента.
8. Теоремы о неявных функциях.
9. Принцип сжимающих отображений. Теоремы об обратном, неявном отображениях и о ранге.
10. Замена переменных в дифференциальных выражениях.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студентам, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в

их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» ставится за полное соответствие ответа утвержденным выше критериям;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он показал полные знания учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности. Оценка «хорошо» ставится за ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но при этом студент допускает несколько незначительных ошибок, которые после замечания экзаменатора самостоятельно исправляет;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он показал знание учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работе по профессии, справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» ставится за слабые знания экзаменационного материала, но недостатки в подготовке студента не мешают ему в дальнейшем овладеть знаниями по специальности в целом;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, за такое незнание большей части экзаменационного материала, которое свидетельствует об очень слабом понимании или непонимании предмета и не позволит ему овладеть знаниями по специальности. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему существенные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.

#### Контрольные тесты и задания

Вопрос 1. (ПК-3) Кривая называется замкнутой, если ...

- а) она не имеет точек самопересечения;
- б) ее начало совпадает с концом;
- в) она непрерывна.
- г) она имеет точки самопересечения.

Ключ: б.

Вопрос 2. (ПК-3) Конформное отображение не сохраняет ...

- а) форму бесконечно малых фигур
- б) углы между кривыми
- в) расстояния
- г) постоянство растяжения

Ключ: в.

Вопрос 3. (ПК-3) Верно ли, что аксиомы метрического пространства включают следующие условия для функции  $\rho(x, y)$ , где  $x$  и  $y$  — точки пространства:

1.  $\rho(x, y) = 0$  тогда и только тогда, когда  $x = y$  — «аксиома тождества».
2.  $\rho(x, y) = \rho(y, x)$  — «аксиома симметрии».
3.  $\rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(z, y)$  для любых  $x, y, z$  — «аксиома треугольника» (неравенство треугольника).

Ключ: верно.

Вопрос 4. (ПК-3) Выделить мнимую часть функции  $f(z) = z + i$ .

- а)  $y + i$ ;
- б)  $y$ ;
- в)  $y + i$ ;
- г)  $i$ .

Ключ: а.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

|      | Авторы, составители | Заглавие                                                                                                           | Издательство, год           | Эл. адрес                                                                               |
|------|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| ЛП.1 | Зверович Э.И.       | Вещественный и комплексный анализ. Часть 6. Теория аналитических функций комплексного переменного: учебное пособие | Минск: Вышэйшая школа, 2008 | <a href="http://www.iprbookshop.ru/20066.html">http://www.iprbookshop.ru/20066.html</a> |

**6.1.2. Дополнительная литература**

|      | Авторы, составители | Заглавие                                                          | Издательство, год       | Эл. адрес |
|------|---------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|-----------|
| Л2.1 | Фихтенгольд Г.М.    | Курс дифференциального интегрального исчисления. Т.1: в 3-х томах | Москва: Физматлит, 2006 |           |
| Л2.2 | Фихтенгольд Г.М.    | Курс дифференциального интегрального исчисления. Т.2: в 3-х томах | Москва: Физматлит, 2006 |           |
| Л2.3 | Фихтенгольд Г.М.    | Курс дифференциального интегрального исчисления. Т.3: в 3-х томах | Москва: Физматлит, 2005 |           |

**6.3.1 Перечень программного обеспечения**

|         |                                                     |
|---------|-----------------------------------------------------|
| 6.3.1.1 | Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ |
| 6.3.1.2 | MS Office                                           |
| 6.3.1.3 | MS WINDOWS                                          |
| 6.3.1.4 | Яндекс.Браузер                                      |
| 6.3.1.5 | LibreOffice                                         |
| 6.3.1.6 | Moodle                                              |
| 6.3.1.7 | NVDA                                                |
| 6.3.1.8 | РЕД ОС                                              |
| 6.3.1.9 | MS Windows                                          |

**6.3.2 Перечень информационных справочных систем**

|         |                                                                                     |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 6.3.2.1 | Межвузовская электронная библиотека                                                 |
| 6.3.2.2 | Электронно-библиотечная система IPRbooks                                            |
| 6.3.2.3 | База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета» |

**7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

|  |             |
|--|-------------|
|  | презентация |
|--|-------------|

**8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

| Номер аудитории | Назначение                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Основное оснащение                                                                                                                                                               |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 209 Б1          | Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы | Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет |
| 206 Б1          | Кабинет методики преподавания математики. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации                 | Ученическая доска, интерактивная доска, экран, проектор, компьютер, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя                        |
| 214 Б1          | Кабинет методики преподавания физики. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации                     | Ученическая доска, мультимедиапроектор, компьютер, экран, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя                                  |

**9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а

не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы.

Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);

- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объёмы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоёмкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

## Комплект вопросов для тестирования

### Тест № 1

#### Вариант-1

1. Кривая называется замкнутой, если
  - а) она не имеет точек самопересечения;
  - б) ее начало совпадает с концом;
  - в) она непрерывна.
2. Если при обходе некоторых точек, функция комплексного переменного меняет свое первоначально выбранное значение, то такие точки называются
  - а) точками ветвления;
  - б) нулями функции;
  - в) полюсами функции.
3. Некоторое подмножество области определения однозначной аналитической функции комплексного переменного, на котором эта функция взаимнооднозначна, называется
  - а) областью многозначности функции;
  - б) областью однолиственности функции;
  - в) областью значений функции.
4. Почему ветви многозначной функции  $z = \sqrt[n]{w}$  можно выделять в плоскости ( $w$ ) с разрезом по любой кривой, соединяющей точки ветвления  $w = 0$  и  $w = \infty$ ?
  - а) в этих точках функция обращается в ноль;
  - б) в этих точках функция становится однозначной;
  - в) в такой области нет обходов вокруг точек ветвления.
5. При построении римановой поверхности какой функции  $k$ -я ветвь является однолистным отображением, переводящим область  $C \setminus L[0, +\infty)$  на полосу  $2\pi k < \operatorname{Im} z < 2\pi(k+1), k \in \mathbb{Z}$ ?
  - а)  $e^z$ ;
  - б)  $\sqrt[n]{w}$ ;
  - в)  $\operatorname{Ln} z$ .
6. Риманова поверхность, какой функции не содержит точек  $w = 0$  и  $w = \infty$ ?
  - а)  $e^z$ ;
  - б)  $\operatorname{Ln} z$ ;
  - в)  $\sin z$ .
- 7) Какая функция отображает однолистно комплексную плоскость на риманову поверхность функции  $\operatorname{Ln} z$ ?
  - а)  $e^z$ ;
  - б)  $\sqrt[n]{w}$ ;
  - в)  $\frac{1}{z}$ .
- 8) Почему ветви многозначных функций нельзя рассматривать как отдельные функции?
  - а) так как выбор ветвей зависит от выбора области определения этих ветвей;
  - б) так как каждая ветвь при обходе точек ветвления имеет только одно значение;
  - в) так как все ветви пересекаются в одной точке.
- 9) У какой функции областью однолиственности является область, не содержащая пары точек  $(z_1, z_2)$ , связанные условием  $z_1 z_2 = 1$ ?
  - а)  $\frac{1}{z}$ ;

б)  $\frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right);$

в)  $\sqrt[n]{w}.$

10) Что за теорема говорит о том, что в односвязных областях, не содержащих точек ветвления, можно выделять однозначные ветви многозначной функции?

- а) теорема о монодромии;
- б) теорема Римана-Роха;
- в) теорема Абеля.

### Вариант-2

1. В каком случае кривая называется жордановой?

- а) если она замкнута;
- б) если она не имеет самопересечений;
- в) если она непрерывна.

2. Углом поворота вектора при движении точки вдоль кривой от начальной точки до конечной точки этой кривой называется

- а) поворот вектора на  $\frac{\pi}{2};$
- б) приращение аргумента;
- в) угол между вектором и положительным направлением оси ОХ.

3. Для функции  $z = Lnw$  точки  $w = 0$  и  $w = \infty$  являются точками ветвления какого порядка?

- а) третьего;
- б) второго;
- в) бесконечного.

4. Ветви функции  $z = Lnw$  можно выделять в тех же областях, что и ветви функции

- а)  $z = e^w;$
- б)  $z = Arg w;$
- в)  $z = \sqrt[n]{w}.$

5. Куда отображает функция Жуковского внутренность окружности  $|z| < 1$ ?

- а) на внешность единичной окружности;
- б) на внутренность отрезка  $[-1, 1]$  действительной оси;
- в) на внешность отрезка  $[-1, 1]$  действительной оси.

6. В каких областях возможно выделение однозначных ветвей для многозначных функций?

- а) в тех, которые не содержат замкнутых кривых, при обходе по которым первоначально выбранная ветвь непрерывно изменяется до другой ветви этой многозначной функции;
- б) в тех, которые не содержат жордановых кривых, при обходе по которым первоначально выбранная ветвь не изменяется до другой ветви этой многозначной функции;
- в) в тех, которые содержат только жордановы кривые, при обходе по которым первоначально выбранная ветвь непрерывно изменяется до другой ветви этой многозначной функции.

7. Какое количество точек ветвления имеет функция  $w = e^{\alpha Lnz}$ ?

- а) две точки ветвления бесконечного порядка;
- б) одну точку ветвления бесконечного порядка;
- в) бесконечное число точек ветвления первого порядка.

8. Какое количество точек ветвления имеет функция  $w = Ln(z + i)(z - i)$ ?

- а) две;
- б) три;
- в) одну.

9. Какое значение принимает функция  $w = \sqrt{z} \sin z$  в неособых точках, отличных от  $k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ?

- а) две;
- б) одну;
- в) бесконечное количество.

10. В каком случае можно выделять ветви многозначной функции в окрестности данной точки?

- а) если функция имеет более двух точек ветвления;
- б) если окрестность данной точки содержится в области, в которой выделяются ветви;
- в) если данная точка входит в область определения многозначной функции.

## Тест № 2

### Вариант-1

1. Голоморфный изоморфизм области  $D \in \overline{\mathbb{C}}$  на себя называется

- а) фундаментальной группой;
- б) автоморфизмом;
- в) отображением соседства.

2. Согласно какой теореме любая связная односвязная риманова поверхность

биголоморфно эквивалентна сфере Римана?

- а) теореме Римана;
- б) теореме униформизации;
- в) теореме монодромии.

3. Класс биголоморфной эквивалентности поверхности называется

- а) конформным типом;
- б) группой монодромии;
- в) конформно-эквивалентным отображением римановой поверхности.

4. Какие из следующих поверхностей являются односвязными униформизирующими поверхностями?

- а) тор, крендель;
- б) все римановы поверхности рода больше трех;
- в) сфера Римана, комплексная плоскость.

5. Дискретные группы автоморфизмов единичного диска, а также дискретные группы автоморфизмов верхней полуплоскости называются

- а) фуксовыми группами;
- б) фундаментальными группами;
- в) группами монодромии.

6. Любой гомоморфизм из фундаментальной группе по операции умножения в комплексную плоскость без нуля называется

- а) характером;
- б) мероморфной функцией;
- в) конформно-эквивалентным изоморфизмом.

7. В формулировке и доказательстве аналога какой теоремы играют важную роль циклические подгруппы в группе характеров?

- а) теоремы Абеля;
- б) теоремы Римана-Роха;
- в) теоремы Нетера.

8. Пространство модулей римановой поверхности какого рода имеет естественную комплексную структуру?

- а) рода 1;
- б) рода 2;
- в) рода больше тройки.

9. Римановы поверхности, униформизируемые верхней полуплоскостью, называются

- а) гиперэллиптическими;
- б) эллиптическими;
- в) гиперболическими.

10. Что Арбарелло доказал про классические точки Вейерштрасса на переменной компактной римановой поверхности?

- а) точки Вейерштрасса являются точками ветвления римановой поверхности;
- б) локально голоморфно зависят от модулей поверхности;
- в) точки Вейерштрасса служат для построения базиса дифференциалов римановой поверхности.

### Вариант-2

1. Порядки нулей вранскиана римановой поверхности называются

- а) порядком классов дифференциалов базиса римановой поверхности;
- б) числом точек ветвления;
- в) весом точек Вейерштрасса.

2. Дивизором на компактной римановой поверхности называется

- а) формальное произведение точек римановой поверхности;
- б) нули римановой поверхности;
- в) полюса римановой поверхности.

3. Векторное расслоение  $\bigcup_{[\mu]} \Omega_2(F) / \Omega_{2,e}(F)$  является голоморфным векторным расслоением пространства Тейхмюллера ранга

- а)  $2g$ ;
- б)  $2g-2$ ;
- в)  $3g-3$ .

4. Пространство модулей римановой поверхности рода 1 изоморфно

- а) тору;
- б) комплексной плоскости;
- в) верхней полуплоскости.

5. Пара, состоящая из линейно связного хаусдорфова пространства и локально голоморфного отображения, называется

- а) комплексной структурой;
- б) модулем римановой поверхности;
- в) римановой областью.

6. Какие подгруппы играют важную роль в доказательстве теоремы Нетера?

- а) фуксовы;
- б) фундаментальные;
- в) циклические.

7. Если на компактной римановой поверхности существует целый дивизор степени 2 и размерности не меньше двойки, то она называется

- а) параболической;
- б) двойственной;
- в) гиперэллиптической.

8. Какая теорема говорит о том, что  $D$  будет дивизором мультипликативной функции на переменной компактной римановой поверхности, если и только если его степень равна нулю?

- а) теорема Абеля для характеров;
- б) теорема Римана-Гурвица;
- в) теорема Вейерштрасса.

9. Фуксова группа на компактной римановой поверхности изоморфна

- а) верхней полуплоскости;
- б) фундаментальной группе по умножению;
- в) циклической подгруппе.

10. Какой из следующих методов, используется для исследования пробелов Нетера и мультипликативных точек Вейерштрасса?

- а) метод работы с классами дивизоров;
- б) метод фильтрации в многообразии Якоби;
- в) метод построения базиса голоморфных дифференциалов.

#### **Критерии оценки**

«Зачтено» – выполнение верно более 60% заданий.

«Не зачтено» – выполнение 60% и менее заданий верно.