

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Группы и алгебры Ли рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 01.04.01_2025_645M.plx
01.04.01 Математика
Компьютерное моделирование и анализ в геометрии

Квалификация **магистр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **5 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	180	Виды контроля в семестрах:
в том числе:		экзамены 2
аудиторные занятия	58	зачеты 1
самостоятельная работа	75,9	
часов на контроль	43,6	

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>. <Семестр на курсе>)	1 (1.1)		2 (1.2)		Итого	
	Неделя		9 1/6			
Вид занятий	уп	рп	уп	рп	уп	рп
Лекции	8	8	14	14	22	22
Практические	8	8	28	28	36	36
Консультации (для студента)	0,4	0,4	0,7	0,7	1,1	1,1
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,25	0,25	0,4	0,4
Консультации перед экзаменом			1	1	1	1
Итого ауд.	16	16	42	42	58	58
Контактная работа	16,55	16,55	43,95	43,95	60,5	60,5
Сам. работа	46,6	46,6	29,3	29,3	75,9	75,9
Часы на контроль	8,85	8,85	34,75	34,75	43,6	43,6
Итого	72	72	108	108	180	180

Программу составил(и):

к.ф.м.н., доцент кафедры математики, физики и информатики, Кыров Владимир Александрович

Рабочая программа дисциплины

Группы и алгебры Ли

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 12)

составлена на основании учебного плана:

01.04.01 Математика

утвержденного учёным советом вуза от 30.01.2025 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

кафедра математики, физики и информатики

Протокол от 10.04.2025 протокол № 10

Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2026 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2027 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2028 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2029-2030 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2029 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	<i>Цели:</i> Изучение теории групп и алгебр Ли
1.2	<i>Задачи:</i> 1) Изучить свойства и применение групп Ли 2) Изучить свойства и применение алгебр Ли

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.В
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Избранные вопросы алгебры
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Геометрическая теория динамических систем
2.2.2	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ПК-3: Способен решать общенаучные и прикладные задачи, анализировать и обобщать результаты научно-исследовательских работ, публично представлять собственные новые научные результаты	
ИД-1.ПК-3: Знает методы математического и алгоритмического моделирования	
Знать методы теории групп и алгебр Ли	
ИД-2.ПК-3: Умеет анализировать, обобщать и публично представлять результаты научно-исследовательских работ в области математики	
Уметь применять методы теории групп и алгебр Ли в геометрии	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Группы Ли						
1.1	Определение группы Ли /Лек/	1	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.2	Определение группы Ли /Пр/	1	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.3	Определение группы Ли /Ср/	1	12	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.4	Гомоморфизмы групп Ли и виды групп Ли /Лек/	1	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.5	Гомоморфизмы групп Ли и виды групп Ли /Пр/	1	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.6	Гомоморфизмы групп Ли и виды групп Ли /Ср/	1	12,2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.7	Однородное пространство /Ср/	1	10	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.8	Теоремы Ли /Лек/	1	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.9	Группы Ли преобразований /Лек/	1	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.10	Группы Ли преобразований /Пр/	1	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.11	Группы Ли преобразований /Ср/	1	12,4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	

	Раздел 2. Консультации						
2.1	Консультация по дисциплине /Конс/	1	0,4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3		0	
	Раздел 3. Промежуточная аттестация (зачёт)						
3.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	1	8,85	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3		0	
3.2	Контактная работа /КСРАтт/	1	0,15	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3		0	
	Раздел 4. Алгебры Ли						
4.1	Определение алгебры Ли /Лек/	2	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.2	Определение алгебры Ли /Пр/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.3	Определение алгебры Ли /Ср/	2	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.4	Виды алгебр Ли и гомоморфизмы /Лек/	2	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.5	Виды алгебр Ли и гомоморфизмы /Пр/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.6	Виды алгебр Ли и гомоморфизмы /Ср/	2	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.7	Полупростые и простые алгебры Ли /Лек/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.8	Полупростые и простые алгебры Ли /Пр/	2	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.9	Полупростые и простые алгебры Ли /Ср/	2	6	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.10	Классификация простых алгебр Ли /Лек/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.11	Классификация простых алгебр Ли /Пр/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.12	Классификация простых алгебр Ли /Ср/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.13	Алгебры Ли групп Ли преобразований /Лек/	2	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.14	Алгебры Ли групп Ли преобразований /Пр/	2	2	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.15	Алгебры Ли групп Ли преобразований /Ср/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.16	Связь между группами и алгебрами Ли /Пр/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.17	Связь между группами и алгебрами Ли /Ср/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.18	Применение интернет ресурсов к решению задач по группам и алгебрам Ли /Пр/	2	4	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
4.19	Применение интернет ресурсов к решению задач по группам и алгебрам Ли /Ср/	2	3,3	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
	Раздел 5. Консультации						
5.1	Консультация по дисциплине /Конс/	2	0,7	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3		0	
	Раздел 6. Промежуточная аттестация (экзамен)						
6.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	2	34,75	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3		0	
6.2	Контроль СР /КСРАтт/	2	0,25	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3		0	
6.3	Контактная работа /КонсЭк/	2	1	ИД-1.ПК-3 ИД-2.ПК-3		0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Группы и алгебры Ли».
2. Фонд оценочных средств включает вводный тест, 4 теста текущего контроля, критерии оценивания и вопросы промежуточной аттестации в форме зачета и экзамена.

5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Вводный тест.
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Текущий тест 1.
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Текущий тест 2.
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Текущий тест 3.
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Текущий тест 4.
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Критерии оценивания.

5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Не предусмотрены

5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

1. Определение группы, подгруппы, нормальной подгруппы.
2. Определение группы Ли. Подгруппа Ли.
3. Нормальная подгруппа Ли. Факторгруппа Ли. Гомеоморфизм и изоморфизм групп Ли.
4. Локальная группа Ли.
5. Группа Ли преобразований.
6. Алгебра Ли.
7. Связь групп и алгебр Ли.
8. Теоремы Ли.

Критерии оценивания для зачета

Зачтено Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся логически строгие доказательства теорем и выводы формул.

Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся частично логически строгие доказательства теорем и выводы формул.

Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.

ИЛИ Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся элементы доказательств теорем и выводов формул.

Не зачтено Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.

Вопросы к экзамену

1. Алгебра Ли и примера алгебр Ли.
2. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр Ли.
3. дифференцирования в алгебре Ли.
4. Подалгебры Ли и идеалы.
5. Разрешимая алгебра Ли.
6. Простые и полупростые алгебры Ли.
7. Алгебра Ли группы ли преобразований.
8. Матричные алгебры Ли.
9. Структурные теоремы.
10. Подалгебра Картана.
11. Корневые пространства.
12. Классификация простых алгебр Ли.

Критерии оценивания для экзамена

5(отлично) Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся логически строгие доказательства теорем и выводы формул.

4(хорошо) Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся частично логически строгие доказательства теорем и выводы формул.

3(удовл.) Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.

ИЛИ Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся элементы доказательств теорем и выводов формул.

2(неудовл.) Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.

Тест на ПК-3

1. Верно ли, что в группе Ли групповая операция дифференцируема?

1) Верно (Верный ответ)

2. Какое тождество всегда относится к группе Ли?

1) $a(bc) = (ab)c$ (Верный ответ)

2) $a(bc) = (ab)b$

3) $a(bc) = (ac)b$

4) $a(bc) = (ab)a$

3. Какое тождество всегда относится к алгебре Ли?

1) $[a,b] = -[b,a]$ (Верный ответ)

2) $[a,b] = [b,a]$

3) $[a,b] = -[a,a]$

4) $[a,b] + [b,a] = 1$

4. Верно ли, что в коммутативной алгебре Ли коммутатор произвольных двух элементов обращается в ноль?

1) Верно (Верный ответ)

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Цыбуля Л. М., Ширшова Е. Е.	Алгебра: основные структуры алгебры, линейная алгебра: курс лекций : учебное пособие	Москва: МПГУ, 2022	https://e.lanbook.com/book/252896
Л1.2	Скворцова М. И., Ожерелкова Л. М.	Основы теории групп: учебно-методическое пособие	Москва: РТУ МИРЭА, 2020	https://e.lanbook.com/book/167572

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Можей Н. П.	Трехмерные изотропно-точные однородные пространства и связности на них: монография	Казань: КФУ, 2015	https://e.lanbook.com/book/72821

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Adobe Reader
6.3.1.2	7-Zip
6.3.1.3	
6.3.1.4	Foxit Reader
6.3.1.5	MS Office
6.3.1.6	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.7	Яндекс.Браузер
6.3.1.8	LibreOffice
6.3.1.9	Moodle
6.3.1.10	NVDA
6.3.1.11	РЕД ОС
6.3.1.12	MS Windows

6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	Электронно-библиотечная система «Издательство Лань»
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.3	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	проблемная лекция
--	-------------------

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
206 Б1	Кабинет методики преподавания математики. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, интерактивная доска, экран, проектор, компьютер, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных

положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы.

Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

Вводный тест

1. Дать определение группы

2. Верно ли записано свойства аксиома ассоциативности $(ab)c = a(bc)$ для бинарной операции на группе?

Верно

3. Аксиома существования единичного элемента в группе:

Существует единственный элемент в группе e такой, что для любого произвольного элемента a выполняется равенство: $ae = a$

Существует элемент в группе e такой, что для любого произвольного элемента a выполняется равенство: $ae = a$

Существует единственный элемент в группе e такой, что для элемента a выполняется равенство: $ae = a$

4. Аксиома существования обратного элемента в группе:

Для любого элемента a в группе существует единственный элемент a' такой, что выполняется равенство: $aa' = a'a = e$

Для любого элемента a в группе существует элемент a' такой, что выполняется равенство: $aa' = a'a = e$

Для элемента a в группе существует единственный элемент a' такой, что выполняется равенство: $aa' = a'a = e$

5. Верно ли, что на множестве R_+ функция $f(x,y) = xy$ задает бинарную групповую операцию?

Верно

6. Верно ли, что на множестве R функция $f(x,y) = x+y$ задает бинарную групповую операцию?

Верно

7. Верно ли, что на множестве R функция $f(x,y) = x+y$ задает бинарную дифференцируемую групповую операцию?

Верно

8. Верно ли, что на множестве R_+ функция $f(x,y) = xy^2$ задает бинарную групповую операцию?

Не верно

9. Верно ли, что множество невырожденных квадратных матриц порядка 2×2 образует линейное пространство?

Не верно

10. Верно ли, что множество квадратных матриц порядка 2×2 образует линейное пространство?

Верно

Текущий тест 1

1. Какие из перечисленных ниже свойств относятся к группам?

Ассоциативность

Существование обратного элемента

Дистрибутивность

2. Верно ли, что бинарная операция группы Ли дифференцируема?

Верно

3. Является ли группа положительных вещественных чисел относительно бинарной операции произведения группой Ли?

Да

Нет

Не знаю

4. Дана группа матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, бинарной операцией в которой является произведение матриц. Является ли она группой Ли?

Да

Нет

Не знаю

5. Дана группа матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ с дополнительным условием $ad - bc = 1$, бинарной операцией в которой является произведение матриц. Является ли она группой Ли?

Да

Нет

Не знаю

6. Дана группа матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ с дополнительным условием $a^2 - b^2 = 1$, бинарной операцией в которой является произведение матриц. Является ли она группой Ли?

Да

Нет

Не знаю

7. Чему равна размерность группы Ли, задаваемой матрицами $\begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix}$ с дополнительным условием $ad - bc = 1$?

3

4

2

1

8. Чему равна размерность группы Ли, задаваемой матрицами $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ с дополнительным условием $a^2 + b^2 = 1$?

1

4

2

3

9. Дать определение подгруппы Ли группы Ли

10. Дать определение локальной группы Ли

Текущий тест 2

1. Верно ли, что размерность однопараметрической группы Ли равна 1?

Верно

2. Верно ли, что матричная группа Ли задаётся матрицами?

Верно

3. Что такое простая группа Ли?

4. Что такое разрешимая группа Ли?

5. Что такое нильпотентная группа Ли?

6. Верно ли, что гомоморфизм групп Ли задаётся гладким отображением?

7. Верно ли, что автоморфизм групп Ли – это изоморфизм группы Ли на себя?

8. Какие свойства выполняются для алгебры Ли:

$$[X, Y] = -[Y, X]$$

$$[[X, Y], Z] + [[Y, Z], X] + [[Z, X], Y] = 0$$

$$[X, Y] = [Y, X]$$

Другое свойство

9. Верно ли, что по группе Ли однозначно находится алгебра Ли?

Верно

10. Верно ли, что по алгебре Ли однозначно восстанавливается группа Ли?

Неверно

Текущий тест 3

1. Дать определение алгебры Ли

2. Дифференцирование в алгебре Ли – это

Линейное отображение $D: L \rightarrow L_{\text{co}}$ свойством $D(xy) = D(x)y + xD(y)$.

Отображение $D: L \rightarrow L_{\text{co}}$ свойством $D(xy) = D(x)y + xD(y)$.

Линейное отображение $D: L \rightarrow L_{\text{co}}$ свойством $D(xy) = D(x)y - xD(y)$.

Другой ответ

3. Верно ли, что внутреннее дифференцирование в алгебре Ли определяется через коммутатор?

Верно

4. Верно ли, что подпространство I из L называется идеалом, если $[x, a] \in I$, для любых $x \in I$ и $a \in L$?

Верно

5. Дана алгебра Ли, задаваемая матрицами $e = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $f = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $h = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Какие из перечисленных ниже коммутаторов записаны верно:

$$[e, f] = h$$

$$[h, e] = 2e$$

$$[h, f] = 2f$$

6. Верно ли, что сумма двух нильпотентных идеалов является нильпотентным идеалом?

Верно

7. Что такое присоединённый оператор?

8. Верно ли, что любая конечномерная алгебра Ли имеет нильрадикал?

Верно

9. Даны базисные операторы двумерной алгебры Ли: ∂_x и ∂_y . Найти их коммутатор

$$[\partial_x, \partial_y] = 0$$

$$[\partial_x, \partial_y] = 1$$

$$[\partial_x, \partial_y] = \partial_y$$

$$[\partial_x, \partial_y] = \partial_x$$

10. Даны базисные операторы двумерной алгебры Ли: $y\partial_x$ и ∂_y . Найти их коммутатор

$$[y\partial_x, \partial_y] = -\partial_x$$

$$[y\partial_x, \partial_y] = 0$$

$$[y\partial_x, \partial_y] = \partial_y$$

$$[\partial_{y_x}, \partial_y] = \partial_x$$

Текущий тест 4

1. Верно ли, что в абелевой алгебре Ли все коммутаторы равны нулю?

Верно

2. Верно ли, что в простой алгебре Ли нет собственных идеалов?

Не верно

3. Верно ли, что ряд коммутантов разрешимой алгебры Ли заканчивается нулевым идеалом?

Верно

4. Что такое полупростая алгебра Ли?

5. Критерий разрешимости:

Алгебра L разрешима тогда и только тогда, когда $K(x, x) = 0$ для любого $x \in L^1$

Алгебра L разрешима тогда и только тогда, когда $K(x, x) = 0$ для любого $x \in L$

Алгебра L разрешима тогда и только тогда, когда $K(x, x) = 0$ для любого $x \in L^2$

6. Критерий полупростоты

Алгебра Ли полупроста тогда и только тогда, когда её форма Киллинга невырождена

Алгебра Ли полупроста тогда и только тогда, когда её форма Киллинга вырождена

Алгебра Ли полупроста тогда и только тогда, когда её форма Киллинга ненулевая

7. Верно ли, что любую алгебру Ли можно представить в виде прямой суммы её радикала и полупростой подалгебры?

Верно

8. Верно ли, что алгебра Ли $[x, y] = z$, $[y, z] = x$, $[z, x] = 0$ — упрощенная?

Верно

9. Верно ли, что алгебра Ли $[x, y] = z$, $[y, z] = x$, $[z, x] = -x$ — уполупрощенная?

Верно

10. Дать определение подалгебры Картана

Критерии оценивания

Критерии оценивания для экзамена и зачёта с оценкой

Оценка	Критерии
5(отлично)	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
4(хорошо)	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся частично логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
3(удовл.)	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул. ИЛИ Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся элементы доказательств теорем и выводов формул.
2(неудовл.)	Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.

Критерии оценивания для зачета

Оценка	Критерии
Зачтено	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся частично логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул. ИЛИ Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся элементы доказательств теорем и выводов формул.
Не зачтено	Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.

Критерии оценивания для контрольной работы

Оценка	Критерии
5(отлично)	Дается полное решение всех задач, возможны мелкие недочеты.

4(хорошо)	Одна задача решена полностью, хотя допускаются мелкие недочеты. Вторая задача решена частично.
3(удовл.)	Задачи решены частично. Приводятся правильные ходы решений.
2(неудовл.)	Решения нет. Приводятся только отдельные несвязные выражения.

Критерии оценивания для теста

Оценка	Критерии
5(отлично)	91 – 100 баллов
4(хорошо)	76-90 баллов
3(удовл.)	60 – 75 баллов
2(неудовл.)	меньше 60 баллов