

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Дифференциальная геометрия и топология
рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 02.03.01_2025_625.plx
02.03.01 Математика и компьютерные науки
Цифровые технологии

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **2 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	72	Виды контроля в семестрах: зачеты 5
в том числе:		
аудиторные занятия	36	
самостоятельная работа	26,1	
часов на контроль	8,85	

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	5 (3.1)		Итого	
Неделя	16 1/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	18	18	18	18
Практические	18	18	18	18
Консультации (для студента)	0,9	0,9	0,9	0,9
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,15	0,15
Итого ауд.	36	36	36	36
Контактная работа	37,05	37,05	37,05	37,05
Сам. работа	26,1	26,1	26,1	26,1
Часы на контроль	8,85	8,85	8,85	8,85
Итого	72	72	72	72

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Деев Михаил Ефимович

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальная геометрия и топология

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (приказ Минобрнауки России от 23.08.2017 г. № 807)

составлена на основании учебного плана:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

утвержденного учёным советом вуза от 30.01.2025 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

кафедра математики, физики и информатики

Протокол от 10.04.2025 протокол № 10

Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от _____ 2026 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от _____ 2027 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от _____ 2028 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2029-2030 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от _____ 2029 г. № ____
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	<i>Цели:</i> - научное обоснование понятий, ранее изученных в школьном курсе; изучение и научное обоснование новых понятий и применение их в процессе решения различных задач.
1.2	<i>Задачи:</i> - развитие общей математической культуры; - создание математической базы для дальнейшего обучения математике; - совершенствование навыков математического и логического мышления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:		Б1.О.16
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
2.1.1	Алгебра	
2.1.2	Аналитическая геометрия	
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
2.2.1	Уравнения с частными производными	

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	
ИД-1.УК-1: Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.	
Знать теоретико-методологическую основу, являющуюся базой для анализа задачи, выделения ее базовых составляющих, осуществления декомпозиции задачи. Уметь применять знания при анализе задачи, выделяя ее базовые составляющие и осуществлять декомпозицию задачи. Владеть основными навыками анализа задачи, выделяя ее базовые составляющие, осуществлять декомпозицию задачи.	
ИД-2.УК-1: Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	
Знает теоретико-методологическую основу для нахождения и критического анализа информации, необходимой для решения поставленной задачи. Умеет находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Владеет навыками нахождения и критического анализа информации, необходимой для решения поставленной задачи.	
ИД-3.УК-1: Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.	
Знает теоретический материал для рассмотрения возможных вариантов решения задачи и оценки их достоинств и недостатков. Умеет на практике рассматривать возможные варианты решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки. Владеет основными навыками рассмотрения возможных вариантов решения задачи и оценки их достоинств и недостатков.	
ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	

ИД-1.ОПК-1: Знает основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств математических утверждений							
Знать основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств математических утверждений. Уметь применять при решении задач дифференциальной геометрии и топологии основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств математических утверждений. Владеть навыками эффективного применения знаний основных понятий, определений, свойств математических объектов, формулировок и методов доказательств математических утверждений дифференциальной геометрии и топологии при решении задач.							
ИД-2.ОПК-1: Умеет доказывать утверждения, решать задачи в области математических наук							
Знать теоретико-методологическую основу доказательства утверждения, решения задачи в области дифференциальной геометрии и топологии. Уметь доказывать утверждения, решать задачи в области дифференциальной геометрии и топологии. Владеть основными, наиболее эффективными методами доказательства утверждений, решения задачи в области дифференциальной геометрии и топологии.							
ИД-3.ОПК-1: Способен консультировать в области фундаментальной математики							
Знать теоретико-методологическую основу изучаемой дисциплины для консультирования в области дифференциальной геометрии и топологии. Уметь консультировать в области дифференциальной геометрии и топологии. Владеть теоретическим материалом изучаемой дисциплины и консультировать в области дифференциальной геометрии и топологии.							

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Практические						
1.1	Вектор-функция одного скалярного аргумента. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
1.2	Кривые в трехмерном евклидовом пространстве. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
1.3	Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	

1.4	Метрические пространства. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
1.5	Топологические пространства. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
1.6	База и предбаза топологии. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
1.7	Подпространства. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
1.8	Отделимость. Компактность. Связность. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
1.9	Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
	Раздел 2. Лекции						
2.1	Вектор-функция одного скалярного аргумента. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
2.2	Кривые в трехмерном евклидовом пространстве. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	

2.3	Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	ЛП.1Л2.1	0	
2.4	Метрические пространства. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	ЛП.1Л2.1	0	
2.5	Топологические пространства. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	ЛП.1Л2.1	0	
2.6	База и предбаза топологии. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	ЛП.1Л2.1	0	
2.7	Подпространства. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	ЛП.1Л2.1	0	
2.8	Отделимость. Компактность. Связность. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	ЛП.1Л2.1	0	
2.9	Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	ЛП.1Л2.1	0	
Раздел 3. Самостоятельная работа							
3.1	Вектор-функция одного скалярного аргумента. /Ср/	5	2,1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	ЛП.1Л2.1	0	

3.2	Кривые в трехмерном евклидовом пространстве. /Ср/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
3.3	Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве. /Ср/	5	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
3.4	Метрические пространства. /Ср/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
3.5	Топологические пространства. /Ср/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
3.6	База и предбаза топологии. /Ср/	5	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
3.7	Подпространства. /Ср/	5	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
3.8	Отделимость. Компактность. Связность. /Ср/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
3.9	Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. /Ср/	5	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1Л2.1	0	
Раздел 4. Консультации							

4.1	Консультация по дисциплине /Конс/	5	0,9	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1		0	
	Раздел 5. Промежуточная аттестация (зачёт)						
5.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	5	8,85	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1		0	
5.2	Контактная работа /КСРАтт/	5	0,15	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1		0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология».
2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и вопросы к зачету.

5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Перечень вопросов для текущего контроля успеваемости

1. Вектор-функция одного скалярного аргумента.
2. Координаты вектор-функции. Годограф.
3. Предел вектор-функции в точке. Теорема о пределе вектор-функции.
4. Непрерывность. Производная вектор-функции.
5. Правила дифференцирования вектор-функции. Техника дифференцирования.
6. Понятие кривой. Касательная и нормальная плоскость кривой.
7. Длина дуги пространственной кривой. Натуральные уравнения кривой.
8. Формулы Френе.
9. Сопровождающий трехгранник кривой. Вывод уравнений его компонент.
10. Кривизна и кручение кривой. Геометрический смысл кривизны и кручения.
11. Вектор-функция от двух скалярных аргументов. Поверхность.
12. Частные производные вектор-функции двух скалярных аргументов.
13. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
14. Первая квадратичная форма. Вычисление длин дуг кривых,
15. Первая квадратичная форма. Вычисление угла между кривыми и площади куска поверхности.
16. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна кривой на поверхности.
17. Индикатриса кривизны. Классификация поверхностей по виду индикатрисы.
18. Нормальная кривизна поверхности. Главные кривизны.
19. Формула Эйлера. Гауссова и средняя кривизны поверхности.
20. Внутренняя геометрия поверхности. Деривационные формулы.
21. Геодезическая кривизна и геодезические линии на поверхности.

Критерии оценки

Оценка Зачтено выставляется студенту, если он:

1. Раскрыл содержание материала в объеме программы.
2. Чётко и правильно дал определения и раскрыл их содержание.
3. Провёл доказательство на основе математических выкладок или при ответе допустил неточности, нарушил последовательность изложения. Допустил небольшие неточности при выводах и использовании терминов.
4. Дал ответ самостоятельно или с помощью наводящих вопросов, при ответе использовал знания, приобретённые ранее.

5. Имеет практические навыки решения задач.

Оценка Не зачтено выставляется студенту, если он:

1. Не раскрыл основное содержание учебного материала.
2. Не дал ответы на дополнительные вопросы преподавателя.
3. Допускает грубые ошибки в определениях, не может провести доказательство теорем и утверждений. Не имеет практических навыков в использовании материала

5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Письменные работы не предусмотрены.

5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к зачету.

1. Вектор-функция скалярного аргумента. Предел вектор-функции. Свойства пределов
2. Производная вектор-функции. Техника дифференцирования.
3. Кривая. Естественная параметризация кривой. Формулы Френе
4. Сопровождающий трехгранник кривой. Кривизна и кручение кривой. Винтовые линии.
5. Вектор-функция двух скалярных аргументов. Частные производные. Поверхность
6. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
7. Первая квадратичная форма. Вычисление длины дуги, угла между кривыми и площади куса поверхности.
8. Вторая квадратичная форма. Кривизна кривой на поверхности.
9. Формула Менье. Индикатриса Дюпена. Классификация точек на поверхности
10. Главные направления. Линии кривизны на поверхности. Полная и средняя кривизна поверхности
11. Метрические пространства. Примеры метрических пространств.
12. Открытые множества в метрическом пространстве. Свойства открытых множеств.
13. Топологические пространства. Примеры топологических пространств. Сравнение топологий.
14. Замкнутые множества и их свойства. Окрестность. Теорема об окрестности.
15. Замыкание множества. Свойства замыкания.
16. Внутренность множества. Свойства внутренности. Критерий замкнутости множества.
17. Теоремы о замыкании. Предельные точки. Совершенные множества.
18. База топологии. Теорема о базе. Свойства базы.
19. Предбаза топологии. Построение топологии по предбазе.
20. Теорема Линделефа. Линделефовы пространства.
21. Индуцированная топология и подпространства. Связные пространства.
22. Сепарабельные пространства. Критерий сепарабельности.
23. Пример сепарабельного пространства, не обладающего счетной базой.
24. Аксиомы отделимости. Хаусдорфовы, регулярные и нормальные пространства.
25. Бикомпактные пространства. Критерий бикомпактности.
26. Непрерывные отображения. Критерий непрерывности. Гомеоморфизмы.
27. Многообразия. Классификация двумерных многообразий.
28. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Теорема Эйлера о многогранниках.

Критерии оценивания

Оценка Зачтено выставляется студенту, если он:

1. Раскрыл содержание материала в объеме программы.
2. Чётко и правильно дал определения и раскрыл их содержание.
3. Провёл доказательство на основе математических выкладок или при ответе допустил неточности, нарушил последовательность изложения. Допустил небольшие неточности при выводах и использовании терминов.
4. Дал ответ самостоятельно или с помощью наводящих вопросов, при ответе использовал знания, приобретённые ранее.
5. Имеет практические навыки решения задач.

Оценка Не зачтено выставляется студенту, если он:

1. Не раскрыл основное содержание учебного материала.
2. Не дал ответы на дополнительные вопросы преподавателя.
3. Допускает грубые ошибки в определениях, не может провести доказательство теорем и утверждений.
4. Не имеет практических навыков в использовании материала.

Контрольные тесты и задания

Название вопроса: 1 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Верно ли, что индикатриса Дюпена однополостного гиперболоида является гиперболой?

Ключ: верно

Название вопроса: 2 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Поверхность, средняя кривизна которой равна нулю, называется минимальной?

Ключ: да

Название вопроса: 3 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Если в каждой точке кривой $\gamma = \gamma(t)$ кручение равно нулю, она является:

Варианты ответов: а) винтовой; б) прямой; в) плоской; г) геодезической.

Ключ: в) плоской

Название вопроса: 4 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Установите соответствие между прямыми и перпендикулярными им плоскостями, сопровождающего трёхгранника кривой:

- 1.Нормальная плоскость кривой;
- 2.Соприкасающаяся плоскость кривой;
- 3.Спрямяющая плоскость кривой;

А. Бинормаль

Б. Касательная

В. Главная нормаль

Ключ: 1 – Б; 2 – А; 3 – В

Название вопроса: 5 (УК-1)

Формулировка вопроса: Верно ли, что производная от единичной вектор-функции перпендикулярна самой этой вектор-функции?

Ключ: верно

Название вопроса: 6 (УК-1)

Формулировка вопроса: Частные производные по x , y и z от неявной функции $F(x,y,z)$, задающей поверхность $F(x,y,z) = 0$ являются координатами нормального вектора этой поверхности?

Ключ: да

Название вопроса: 7 (УК-1)

Формулировка вопроса: Все точки двуполостного гиперболоида:

Варианты ответов: а)омбилические; б)гиперболические; в) эллиптические; г)параболические.

Ключ: в) эллиптические

Название вопроса: 8 (УК-1)

Формулировка вопроса: Установите соответствие между поверхностями и их индикатрисами:

- 1.Эллипсоид;
- 2.Гиперболический параболоид;
- 3.Эллиптический цилиндр;

А. Гипербола; Б. Пара параллельных прямых; В. Эллипс

Ключ: 1 – В; 2 – А; 3 – Б.

Критерии оценки

Оценка выставляется в 3-х балльной шкале:

- «зачтено» (повышенный уровень), выставляется в случае, если студент выполнил 80- 100% заданий;
- «зачтено» (пороговый уровень) – если студент выполнил 60-80% заданий;
- «не зачтено» – если студент выполнил менее 60% заданий.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Деев М.Е.	Дифференциальная геометрия и топология: учебно-методическое пособие для студентов-бакалавров, обучающихся по направлению 010301 математика	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=259:differentsialnaya-geometriya-i-topologiya&catid=5:mathematics&Itemid=163

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Ушаков А.В.	Элементы топологии и дифференциальной геометрии: учебное пособие	Москва: Московский городской педагогический университет, 2010	http://www.iprbookshop.ru/26669.html

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	MS Office
6.3.1.2	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.3	NVDA
6.3.1.4	LibreOffice
6.3.1.5	MS Windows
6.3.1.6	РЕД ОС
6.3.1.7	Яндекс.Браузер
6.3.2 Перечень информационных справочных систем	
6.3.2.1	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.3	Межвузовская электронная библиотека

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ		
	дискуссия	
	метод проектов	

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)		
Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
222 Б1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Переносной проектор, ноутбук, экран
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Методические указания по освоению дисциплин (модулей) Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины. Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему. Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение

конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы.

Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Лабораторные работы являются основными видами учебных занятий, направленными на экспериментальное (практическое) подтверждение теоретических положений и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

В процессе лабораторной работы как вида учебного занятия студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

При выполнении обучающимися лабораторных работ значимым компонентом становятся практические задания с использованием компьютерной техники, лабораторно - приборного оборудования и др. Выполнение студентами лабораторных работ проводится с целью: формирования умений, практического опыта (в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, и на основании перечня формируемых компетенций, установленными рабочей программой дисциплины), обобщения, систематизации, углубления, закрепления полученных теоретических знаний, совершенствования умений применять полученные знания на практике.

Состав заданий для лабораторной работы должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.

При планировании лабораторных работ следует учитывать, что в ходе выполнения заданий у студентов формируются умения и практический опыт работы с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, программами и др., которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).

Выполнению лабораторных работ предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания.

Формы организации студентов при проведении лабораторных работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется группами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.

Объем времени, отводимый на выполнение лабораторных работ, планируется в соответствии с учебным планом ОПОП.

Перечень лабораторных работ в РПД, а также количество часов на их проведение должны обеспечивать реализацию требований к знаниям, умениям и практическому опыту студента по дисциплине (модулю) соответствующей ОПОП.

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объёмы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоёмкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

Курсовая работа является самостоятельным творческим письменным научным видом деятельности студента по разработке конкретной темы. Она отражает приобретенные студентом теоретические знания и практические навыки. Курсовая работа выполняется студентом самостоятельно под руководством преподавателя.

Курсовая работа, наряду с экзаменами и зачётами, является одной из форм контроля (аттестации), позволяющей определить степень подготовленности будущего специалиста. Курсовые работы защищаются студентами по окончании изучения указанных дисциплин, определенных учебным планом.

Оформление работы должно соответствовать требованиям. Объём курсовой работы: 25–30 страниц. Список литературы и Приложения в объём работы не входят. Курсовая работа должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список литературы, приложение (при необходимости). Курсовая работа подлежит рецензированию руководителем курсовой работы. Рецензия является официальным документом и прикладывается к курсовой работе.

Тематика курсовых работ разрабатывается в соответствии с учебным планом. Руководитель курсовой работы лишь помогает студенту определить основные направления работы, очертить её контуры, указывает те источники, на которые следует обратить главное внимание, разъясняет, где отыскать необходимые книги.

Составленный список источников научной информации, подлежащий изучению, следует показать руководителю курсовой работы.

Курсовая работа состоит из глав и параграфов. Вне зависимости от решаемых задач и выбранных подходов структура работы должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть; заключение; список литературы; приложение(я).

Во введении необходимо отразить: актуальность; объект; предмет; цель; задачи; методы исследования; структура работы.

Основную часть работы рекомендуется разделить на 2 главы, каждая из которых должна включать от двух до четырех параграфов.

Содержание глав и их структура зависит от темы и анализируемого материала.

Первая глава должна иметь обзорно-аналитический характер и, как правило, является теоретической.

Вторая глава по большей части раскрывает насколько это возможно предмет исследования. В ней приводятся практические данные по проблематике темы исследования.

Выводы оформляются в виде некоторого количества пронумерованных абзацев, что придает необходимую стройность изложению изученного материала. В них подводятся итог проведённой работы, непосредственно выводы, вытекающие из всей работы и соответствующие выявленным проблемам, поставленным во введении задачам работы; указывается, с какими трудностями пришлось столкнуться в ходе исследования.

Правила написания и оформления курсовой работы регламентируются Положением о курсовой работе (проекте), утвержденным решением Ученого совета ФГБОУ ВО ГАГУ от 27 апреля 2017 г.

ВОПРОСЫ КОЛЛОКВИУМА

по учебной дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология»

1. Метрические пространства. Примеры метрических пространств. Открытые множества в метрическом пространстве. Свойства открытых множеств.
2. Топологические пространства. Примеры топологических пространств. Сравнение топологий.
3. Замкнутые множества и их свойства. Окрестность. Теорема об окрестности.
4. Замыкание множества. Свойства замыкания. Внутренность множества. Свойства внутренности. Критерий замкнутости множества.
5. Теоремы о замыкании. Предельные точки. Совершенные множества.
6. База топологии. Теорема о базе. Свойства базы. Предбаза топологии. Построение топологии по предбазе.
7. Теорема Линделефа. Линделефовы пространства.
8. Индуцированная топология и подпространства. Связные пространства.
9. Сепарабельные пространства. Критерий сепарабельности.
10. Пример сепарабельного пространства, не обладающего счетной базой.
11. Аксиомы отделимости. Хаусдорфовы, регулярные и нормальные пространства.
12. Бикомпактные пространства. Критерий бикомпактности.
13. Топологическая сумма и топологическое произведение пространств.
14. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы.
15. Многообразия. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Теорема Эйлера о многогранниках.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

по учебной дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология»

Контрольная работа № 1

ВАРИАНТ 1.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой $2y = x^2$, $z = 8y^2$ в точке $(-1, 1/2, 2)$ и вычислить кривизну и кручение кривой в этой точке.
2. Доказать, что все нормальные плоскости кривой
$$x = \cos t, y = \sin t, z = 2 \sin(t/2)$$
проходят через точку $M(-1, 0, 0)$.

ВАРИАНТ 2.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой $\mathbf{r} = (t^3/6 + 2/3, 2t^2, 1-3t^2)$ в точке $t = 2$ и вычислить кривизну и кручение кривой в этой точке.
2. Доказать, что все главные нормали кривой $y = \sin x$, $z = -\cos x$ во всех точках параллельны плоскости YOZ .

ВАРИАНТ 3.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой $x^2 = z$, $2xy = z^2$ в точке $M(2, 4, 4)$. Найти кривизну и кручение кривой в этой точке.
2. Доказать, что бинормали кривой $\mathbf{r} = (t^3 - t^2, 2t^3, t^2 - 1)$ во всех точках параллельны плоскости $x + 4y + z + 2 = 0$.

ВАРИАНТ 4.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой $x = t^3 - t^2$, $y = 2t^3$, $z = t^2 - 1$ в точке $M(4, 16, 3)$. Найти кривизну и кручение кривой в этой точке.
2. В каких точках кривой $\mathbf{r} = (t, t^3/2, t^2)$ бинормали параллельны плоскости $x - 36y + 2z + 1 = 0$?

ВАРИАНТ 5.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой $\mathbf{r} = (t^3/3, t^2 - 3, 4t)$ в точке $M(t = 1)$. Найти кривизну и кручение кривой в этой точке.
2. Доказать, что бинормали кривой $x = 2t^2 - 2t^3$, $y = -4t^3$, $z = 2 - 2t^2$ в любой точке параллельны вектору $\mathbf{p} = (2, -1, 2)$.

ВАРИАНТ 6.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой $x = 2\sqrt{t}$, $y = t^3/6 - 2/3$, $z = t^2$ в точке $t = 1$. Найти кривизну и кручение кривой в этой точке.
2. Доказать, что бинормали кривой $\mathbf{r} = (t^2 - t^3 + 1, 1 - 2t^3, 2 - t^2)$ во всех точках перпендикулярны вектору $\mathbf{p} = (1, 4, 1)$.

Контрольная работа № 2

ВАРИАНТ 1.

Дана поверхность $\mathbf{r} = (\cos v + u \sin v, -\sin v + u \cos v, v)$

- а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $A(u=2, v=0)$.
- б) Найти угол между кривыми $u - 2v + 7 = 0$ и $3u + v = 0$
- в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке $A(u=2, v=0)$.

ВАРИАНТ 2.

Дана поверхность:

$$\mathbf{r} = (\cos u - v \sin u; \sin u + v \cos u; u + v)$$

- а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M(u=0; v=3)$
- б) Найти угол между кривыми $2u+v-10=0$ и $u-2v=0$ на этой поверхности.
- в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке $M(u=0; v=3)$

ВАРИАНТ 3.

Дана поверхность: $\mathbf{r} = (2\cos u - v \sin u; 2\sin u + v \cos u; u^2)$

- а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M(u=0; v=6)$
- б) Найти угол между кривыми $3u-v+10=0$ и $2u+v=0$ на этой поверхности.
- в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке $M(u=0; v=6)$

ВАРИАНТ 4.

Дана поверхность: $\mathbf{r} = (u \cos v - \sin v; \cos v + u \sin v; 2u)$

- а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M(u=4; v=0)$
- б) Найти угол между кривыми $u-v=0$ и $3u+4v-14=0$ на этой поверхности.
- в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке $M(u=4; v=0)$.

ВАРИАНТ 5.

Дана поверхность: $\mathbf{r} = (2\sin u - v \cos u; 2\cos u + v \sin u; v^2)$

- а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M(u=0; v=2)$
- б) Найти угол между кривыми $u + 2v + 1 = 0$ и $2u - 3v - 5 = 0$ на этой поверхности.
- в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке $M(u=0; v=2)$.

ВАРИАНТ 6.

Дана поверхность: $\mathbf{r} = (u \sin v - 2 \cos v; u \cos v + 2 \sin v; u + 2v)$

- а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M(u=3; v=0)$
- б) Найти угол между кривыми $3u - v + 1 = 0$ и $2u + v + 9 = 0$ на этой поверхности.
- в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке $M(u=3; v=0)$.